

Helyi tanterv

Matematika

Négy évfolyamos gimnázium
9 - 12. évfolyam

HELYI TANTERVI ÓRASZÁMOK				
4 évfolyamos gimnázium				
<i>Évfolyam:</i>	9.	10.	11.	12.
<i>Heti óraszám:</i>	3	3	3	4
<i>Évi óraszám:</i>	108	108	108	128
<i>Emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő csoport(ok) (szabadon választható)</i>			3+2	4+2
			180	192

1. BEVEZETÉS

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet: 3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

Az alapórás csoportoknál a kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek (kivéve a trigonometria és a körök geometriája ezenkívül), csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre, összehangolva a különböző képzési formák tananyagát a közös emeltszintű csoportok indításához

1.1. A matematika tantárgy pedagógiai céljai, feladatai

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel, és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

1.2. A matematika tantárgy fejlesztési területei és nevelési céljai

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább *ki tudják választani* és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő *modelleket, gondolkodásmódokat* (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), *módszereket* (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat.

A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamatosamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók *absztrakciós és szintetizáló képességét*. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a *kombinatív készséget*, a *kreativitást*, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle

nézőpont érvényesítését, a *komplex problémakezelés képességét* is fejleszti. A folyamatosamat végén a tanulók eljutnak az *önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás* bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

1.3. A matematika tantárgy szerepe a kulcskompetenciák fejlesztésében

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon,

kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János. A kerettanterv ezen kívül is több helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differentiálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differentiálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulók gondolkodató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

1.4. A pedagógiai szakaszok fejlesztési céljai

Fejlesztési célok a 9-10. évfolyamon

Ez a matematika kerettanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűvel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók **digitális kompetenciájának növeléséhez**, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differentiálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a tantervi táblázatok tartalmazzák.

Fejlesztési célok a 11-12. évfolyamon

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az *elemző- és összegzőképesség* alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és téreometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk *kritikus értelmezése*, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran **alkalmazhatjuk a digitális technikát** az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas **a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság** kialakításra.

Az **anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti**, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

A magasabb órászámú tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a tantervi táblázatok tartalmazzák.

Fejlesztési célok még a 11-12. évfolyamon az emeltszintű csoportban

A magasabb órászámú tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknál.

A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Ilyen csoportoknál viszont figyelemmel kell lenni arra, hogy ez a tanterv épít az alsóbb évfolyamok emelt szintű tanterveinek néhány elemére. Természetesen ezeket az ismereteket célszerű vagy a 11. év elején, vagy a megfelelő témakör tárgyalása előtt áttekinteni. (Ehhez szükség lehet heti egy plusz órára)

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a tantervi táblázatok tartalmazzák.

1.5. A matematika tantárgy tanításának helyi sajátosságai a négy évfolyamos gimnáziumban

A matematika tantárgy tanítása 9-10. évfolyamon osztályonként két csoportban zajlik. Ezen két év alatt elsajátítják a Pedagógiai Programban megfogalmazott követelményeket. 10. évfolyamban dönthetnek, hogy tanulmányaikat az alapkövetelményeknek megfelelően, vagy emeltszintű érettségire felkészítő csoportban a 3. Az emeltszintű érettségi felkészítő csoport tanterve részben megfogalmazottak szerint folytatják. Mivel a hat és négy osztályos gimnáziumot végzők egy csoportba kerülnek célszerű a tananyagillesztés. Ezért a 10. évfolyam anyaga igazodik a hatosztályos gimnáziumi képzéséhez kihasználva a 10% tananyag lehetőséget. Ez a tantárgyak közötti átvett tananyagelemek időbeni meglétét is segíti.

A csoportok kialakítása évfolyamszinten az igényekhez illeszkedő számban történik az addig meglévő csoportbontások szükség szerinti átrendezésével.

Érettségire a csoportválasztás szintjétől függetlenül a törvényben megfogalmazottak szerint jelentkezhetnek. A sikeres emeltszintű érettségire azonban szükséges a kiegészítő tananyagok elsajátítása, melyre az emelt szintű matematikacsoport tanterve ad lehetőséget.

1.6. témakörök óraszámai (bár a kapcsolatok miatt a témakörök között van átfedés)

Témakörök	9. évfolyam 3	10. évfolyam 3	11. évfolyam 3	12. évfolyam 4
1. Gondolkodási módszerek	8+ folyamatos	12+ folyamatos	10+ folyamatos	12+ folyamatos
2. Számтан, algebra	37	38	29	
3. Függvények, sorozatok	13	9	15	20
4. Geometria	35	33	32	34
5. Statisztika, valószínűs.	5	6	12	10
<i>Ismétlés, ellenőrzés</i>	<i>10</i>	<i>10</i>	<i>10</i>	<i>52</i>
Összesen	108	108	108	128

2. TANTÁRGY TARTALMAK

2.1. A 9. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **108 óra** – heti 3 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra +folyamatos
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazokról tanultak áttekintése Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Részhalmaz.</p> <p>Halmazok közötti viszonyok megjelenítése. Alaphalmaz és komplementer halmaz.</p>	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés. Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.</p>
<p>Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.</p>	<p>Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.</p>	
<p>A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.</p>	<p>A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.</p>	<p><i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).</p>
<p>Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.</p>	<p>Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.</p>	
<p>Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).</p>	<p>Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, skatulyaelv, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.</p>	<p>Rendszerezés: pontosan egyszeri leszámolás..Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám).</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen,</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i></p>

Egyszerű hálózat szemléltetése.	elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, pl. családfa.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
(Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)		
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha...”, „akkor”.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.
Szöveges feladatok. (a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	

módjai.		
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás <i>Matematikatörténet</i> : Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika</i> : a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Esetleszámolás, faktoriális	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 37 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványozás és azonosságai, normálalak. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójelhasználat, műveletek sorrendje, kiemelés, nevezetes azonosságok, mértékegység-átváltás, négyzetgyök fogalma. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés.</p> <p>Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.</p> <p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.</p> <p>Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>
---	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Számelmélet elemei.</p> <p>A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek.</p> <p><i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével.</p> <p>Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.</p> <p>Érvelés.</p>	
<p>A hatványozás azonosságai áttekintése pozitív 0 és negatív egész kitevőre. Permanenciaelv.</p>	<p>Korábbi ismeretekre való emlékezés.</p> <p>Fogalmi általánosítás</p>	
<p>Számok abszolút értéke.</p>	<p>Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).</p>	<p><i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.</p>
<p>Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>	<p><i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések.</p> <p>Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével.</p> <p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől</p>

	mennyiségekkel történő számolás	az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a+b)^2$, $(a+b)^3$ polinom alakja. $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$, szorzat alakja, ahol a és b tetszőleges előjeles tag,	Ismeretek tudatos memorizálása	<i>Fizika</i> : számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika</i> ; <i>kémia</i> ; <i>biológia-egészségtan</i> : számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). ekvivalencia fogalma Egyszerű egyenletek paraméterrel.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika</i> : kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási	<i>Fizika</i> ; <i>kémia</i> ; <i>biológia-egészségtan</i> : számítási feladatok. <i>Informatika</i> : problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz</i> : a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : tudatos

	<p>terv).</p> <p>Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>	<p>élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika számolási feladatok</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.</p>
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..
Egy és két abszolút értéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Abszolút értéket tartalmazó elsőfokú egyenletek.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény fogalmának megadásának és elemi tulajdonságainak rendszerezése. Új függvénytulajdonságok: periodicitás, paritás, korlátosság	Ismeretek rendezése, tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
Lineáris függvények.	Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.	<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos

		mennyiségek.
Az abszolútérték-függvény. az $x \mapsto a \cdot x+b + c$ ($a \neq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Informatika:</i> átlagos abszolút eltérés függvénye.
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto a \cdot \sqrt{x+b} + c$ ($a \neq 0$; $x \geq -b$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia;</i> <i>biológia-egészségtan;</i> <i>földrajz:</i> számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A tanult függvények többlépéses transzformációi: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $, $f(cx)$	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Függvénytranszformációk és geometriai transzformációk kapcsolatának bemutatása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Valós számok részhalmazán	Az értelmezési tartomány leszűkítése és a	<i>Biológia-egészségtan:</i>

értelmezett függvények ábrázolása, vizsgálata.	függvénytulajdonságok változásának kapcsolata.	a biológiai rendszerek térbeli és időbeli változásait leíró grafikonok értelmezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Függvénytulajdonság: értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, , szélsőérték hely, szélsőérték. fv. menet Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Pont távolsága a síktól, két egyenes távolsága, hajlásszöge, egyenes és sík hajlásszöge, két sík hajlásszöge.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése. Szemléletes rajzok készítése. A feladatban szereplő tárgyak elképzelése, vázlatos rajzok készítése, összevetésük az eredetivel, a modell „jóságának” megítélése,	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).

szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).		
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Informatika:</i> adatok szemléltetése kördiagram segítségével.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektor szorzása valós számmal	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás). Newton II. törvénye.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Informatika:</i> tantárgyi

A geometriai vektorfogalom.		szimulációs programok használata. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.		
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektor szorzása valós számmal	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás). Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög és alaptulajdonságaik. Nevezetes pontok, egyenesek, körök. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdigram, kördiagram készítése, olvasása.	

egység nevelési- fejlesztési céljai	Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	A tanult ismeretek rendezése, gyakorlása feladatokban Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való megjelölésének jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

2.2. A 10. évfolyam tanterve

Évi óraszám: 108 óra – heti 3 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. Sorbarendezés, kiválasztás. Permutáció, faktoriális.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai tétel kimondása, bizonyítása <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

Variáció (ismétlés nélküli és ismétléses). Kombináció (ismétlés nélküli). Binomiális együttható jelentése, kiszámítása. <i>Matematikatörténet: Pascal.</i>	Szöveg matematikai nyelvre fordítása, kombinatorikus modell készítése, kombinatorikus gondolkodás. Esetfelsorolás, érvelés, a szempontok és a feltételek állandósága, illetve változtatása. A problémához leginkább illő megoldási mód kiválasztása. A szakszerű, szabatos indoklás megkövetelése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> feladatok a családban, munkamegosztás lehetősége a családon belül.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Binomiális együttható.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 38 óra
Előzetes tudás	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.

Diszkrimináns fogalma, vizsgálata.	Diszkusszió.	
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Szükségesség feladatok megoldása teljes négyzetté alakítással Gyakorlati példa minimum és maximum probléma.megoldására.	Szöveges feladatokban előforduló maximum-minimum helyek és értékek megállapításához szükséges eljárás kidolgozása, megértése.	<i>Fizika:</i> mozgások. <i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák
Összefüggés két pozitív szám	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál.	.

számtani és mértani közepe között.	Gondolatmenet megfordítása.	
Négyzetgyökös egyenletek megoldása grafikus és algebrai úton. (Egy-két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.)	Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás.
Adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések megismerése. Hamis gyök, gyökvesztés vizsgálata.	Diszkussziós igény algebrai feladatokban. Az ellenőrzés fontosságának bemutatása.	
Másodfokú egyenletrendszerek. Másodfokú egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Eljárásokra, módszerekre való emlékezés. A korábban megismert eljárások, módszerek panelként való felhasználása.	<i>Fizika:</i> ütközések.
Egyszerű trigonometrikus egyenletek ($k \cdot f(c \cdot x) = d$).	Periodikus jelenségek felismerése a mindennapokban.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényezőzős alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. A tanult függvények ábrázolása, jellemzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvény transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása	
A trigonometrikus alapfüggvények ($\sin x$, $\cos x$,) ábrázolása, jellemzése. függvény transzformáció	Időtől függő periodikus jelenségek megfigyelése.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás, váltakozó áram és

	feszültség leírása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Grafikus megoldás. Függvény transzformációk, $\sin x$, $\cos x$

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 33 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; Látószög; látószögműködés mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása). Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei..	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe. Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek felismerése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). <i>Vizuális kultúra:</i> építészet.
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció. Transzformációk szorzatának szerkesztése.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a	

	megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Szög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense Egységkör. Nevezetes hegyesszögek szögfüggvényértékeinek kiszámítása. Forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése és egyszerű alkalmazásai. Szögfüggvények közötti összefüggések.	Régebbi ismeretek mozgósítása, felhasználása új helyzetben. Időtől függő periodikus jelenségek. Permanencia-elv.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás leírása.

(Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusz és koszinusz között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusz, illetve koszinusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.)		
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Emelkedési szög, depressziószög. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása. A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A háromszög területének többféle kiszámítása (oldal és hozzá tartozó magasság, két oldal és a közbezárt szög, három oldal, beírható kör sugara és a félkerület segítségével).	A mennyiség és a mérőszám kapcsolatának megértése, alkalmazása. Az újabb esetekre való alkalmazhatóság felismerése.	<i>Fizika:</i> grafikonok alatti terület a lendületváltozás, a végzett munka kiszámításakor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	

eseményekre. Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.		
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
A relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	<i>Biológia-egészségtan:</i> genetikában az egymástól függő vagy független tulajdonságok öröklődése
A valószínűség szemléletes fogalma, kiszámítása. Klasszikus valószínűségi mező.	Két állítás megítélése abból a szempontból, hogy függetlenek-e.	.
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

A továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

2.3. A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végére

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi

életben.

- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők

kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.

- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

2.4. A 11. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **108 óra – heti 3óra**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése: állítások megfogalmazása, tagadása, megfordítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Binomiális együtthatók. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika

Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. n pontú fagráf éleinek száma <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A tanult gráfelméleti fogalmak: pont, él, út, vonal, kör, egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf . Fokszámösszeg és az élek száma közötti összefüggés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Ívmérték. Egységkör, forgásszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus függvények.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. 6 A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése, a permanencia-elv felhasználása . Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n -edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
A racionális kitevőjű hatvány és az n -edik gyök kapcsolata.	Ismeretek mozgósítása. Régi és új ismeretek összekapcsolása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.
A definíciók és a hatványozás	Modellek alkotása (algebrai modell):	<i>Fizika; kémia:</i>

azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Trigonometrikus egyenletre vezető háromszöggel kapcsolatos valós problémák. A tanult azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenlet.	Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az		<i>Fizika; kémia:</i>

exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		radioaktivitás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 32 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái.	Képletek értelmezése,	<i>Fizika:</i> hely megadása.

Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	alkalmazása.	
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Pontthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

A továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat.

2.5. A 12. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **128 óra – heti 4 óra**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.– események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 0 óra
Előzetes tudás	Hatványozás azonosságai. Logaritmus. Egyenlet, egyenletrendszer megoldási módszerek (elsőfokú, másodfokú, exponenciális és logaritmikus)	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Lásd a sorozatoknál és a rendszerező összefoglalásnál	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat, mint lineáris függvény és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság

	<p>hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai.</p> <p>Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.</p> <p>Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás).</p> <p>A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p>szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 34 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek) Kúpszerű testek (gúla és kúpok) Csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. <i>Matematikatörténet:</i> Arkhimédész, Cavalieri	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.

Hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Középpontosan hasonló testek.	A hasonlósági transzformációk felelevenítése. Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (téreometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terület, felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: középértékek (átlag, medián, módusz), szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás). Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal, osztályba sorolás manipulációs lehetőségek	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Statisztikai mintavétel, reprezentatív mintavétel.	Matematikai módszerek és eszközök megismerésének igénye.	<i>Földrajz</i> : statisztikai évkönyv. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : választások.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reprezentatív mintavétel. Szórás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 52 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása,	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.

	elemzése.	
Kombinatorika: leszámhlási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. (valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.)	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései:	
Számтан, algebra		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Számelméleti ismeretek, számrendszerek.	Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése	
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfejelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és	Tanult egyenlet típusok és	<i>Fizika; kémia;</i>

egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	<i>biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	matematikai modellek.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	
Összefüggések, függvények, sorozatok		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. (Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak)	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Alkalmazása konkrét feladatokban.	
A tanult alapfüggvények ismerete. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	matematikai modellek.
Függvények segítségével megoldható gyakorlati, szöveges feladatok	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	
Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	Felismerés, alkalmazás.	
Geometria		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	

kiszámítása.		
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása. Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	Felismerés, alkalmazás Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Kerületszámítás, területszámítás.		
A tanult térbeli alakzatok átekintése. Felszín- és térfogatszámítás.	A tanult ismeretek rendszerezése.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók:	Adathalmazok jellemzése önállóan	<i>Magyar nyelv és</i>

középértékek és szóródási mutatók	választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>irodalom</i> : a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan</i> : szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

A továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezősz felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.

- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

2.6. A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végére

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmosus egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.

- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

A fejlesztés várt eredményei összességében:

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

3. Az emeltszintű érettségi felkészítő csoport tanterve

A 11. és a 12. évfolyamon a fenti kerettantervi tananyagok mellé a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óránövekménybe a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

Az egyes témakörök óraszámjai (bár a kapcsolatok miatt a témakörök között van átfedés)

	óraszámok	óraszámok
	5 óra/hét	6 óra/hét
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15	7
2. Számтан, algebra	50	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	40	70
4. Geometria	40	34
5. Valószínűség, statisztika	17	15
Ismétlés, ellenőrzés	18	64
összesen	180 óra	192 óra

3.1. A 11. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **180 óra** – heti 3+2óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, elmélyítése.. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése: állítások megfogalmazása, tagadása, megfordítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok. Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája.		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.

<p>Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámálható halmazok. Kontinuum-sejtés. <i>Matematikatörténet: Cantor, Hilbert, Gödel.</i></p>		
<p>Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Binomiális együtthatók. Binomiális tétel <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i></p>	<p>Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban.</p>	<p><i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika</p>
<p>Gráfelméleti alapfogalmak: csúc, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf és alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. n pontú fagráf éleinek száma Euler-vonal, Hamilton-kör. <i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>	<p>Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.</p>	
<p>A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.</p>	<p>A már tanult ismeretekkel a felépítés bemutatása, az ismeretek rendezése. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása</p>	<p><i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.</p>
<p>Kulcsfogalmak / fogalmak</p>	<p>Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A tanult gráfelméleti fogalmak: pont, él, út, vonal, kör, egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf. Fokszámösszeg és az élek száma közötti összefüggés.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Ívmérték. Egységkör, forgásszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus függvények.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. 6 A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése, a permanencia-elv felhasználása. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerek.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékkészlet-vizsgálat, monotonitás ...).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete n elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számítani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	
n -edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	

Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	<i>Fizika:</i> radioaktivitás
A racionális kitevőjű hatvány és az n -edik gyök kapcsolata.	Ismeretek mozgósítása. Régi és új ismeretek összekapcsolása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.
Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai. (Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa, áttérés más alapú	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	

<p>logaritmusra) Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál</p>		
<p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p>A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosus egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat</p>	<p>Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).</p> <p>Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosus egyenleteknél</p> <p>Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése</p>	<p><i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.</p>
<p>Trigonometrikus egyenletre vezető háromszöggel kapcsolatos valós problémák.</p> <p>A tanult azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenlet.</p>	<p>Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához.</p> <p>Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben.</p> <p>Az összes megoldás megkeresése.</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <p>Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, – egy szög kétszeresének szögfüggvényei, – félszögek szögfüggvényei, – két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. <p>Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.</p> <p>Háromszögekre vonatkozó</p>	<p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása</p> <p>Bizonyítási igény fejlesztése.</p>	

feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.		
Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	Algebrai és függvénytani ismeretek összekapcsolása Egyenlet megoldási módszerek új elemeinek beépítése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Trigonometrikus azonosság, egyenlet	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények általános értelmezése. A szögfüggvények előjele a különböző sík negyedekben. A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. függvényvizsgálat.	Meglévő ismeretek rendezése és kiegészítése Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térbrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

Hatványfüggvények. Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.		
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat n -edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése	<i>Informatika:</i> algoritmusok.
Számtani sorozat. A számtani sorozat n -edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss. Mértani sorozat.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok.

<p>A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra. Véges sorok összegzése. Számítási és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>	<p>A számtani sorozat, mint lineáris és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: hitel – adósság – eladósodás</i></p>
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>	<p>Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerés Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.e.</p>	
<p>Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege.</p>		

Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen	
Függvények – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. sorozat, monotonon, korlátos, határérték	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: – a vektor fogalma, – vektorműveletek,	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási területének meglátása.	

<p>– vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	<p>Átkódolás különböző modellek között</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül</p>	<p>A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> mechanikai munka, Lorencz erő</p>
<p>Színusztétel, koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is.</p>	<p>Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</p>
<p>Helyvektor. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</p>	<p>Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.</p>	<p><i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p>
<p>Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p>	<p>A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.</p>	<p><i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>
<p>A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.</p>	<p>Képletek értelmezése, alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> hely megadása.</p>
<p>Két pont távolsága, a szakasz hossza.</p>	<p>Képletek értelmezése, alkalmazása.</p>	
<p>A kör egyenlete.</p>	<p>Geometria és algebra összekapcsolása.</p>	<p><i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn</p>

		(geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata	<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. (Skaláris szorzat használata.) Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió	A parabola és a másodfokú függvény. (Teljes négyzetté kiegészítés.)	<i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör
A koordináta-geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű	Geometriai problémák megoldása algebrai	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok

síkgeometriai feladatok megoldásában.	eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek.	Algebrai és geometriai ismeretek mozgósítása kapcsolat halmazműveletek	<i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata Lineáris programozási feladat.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.

előállítás elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. A binomiális és hipergeometrikus eloszlás	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

A továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai eloszlást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat és függvény határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság fogalmát.

3.2. A 12. évfolyam tanterve

Évi óraszám: 192 óra – heti 4+2 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.– események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 0 óra
Előzetes tudás	Hatványozás azonosságai. Logaritmus. Egyenlet, egyenletrendszer megoldási módszerek (elsőfokú, másodfokú, exponenciális és logaritmikus)	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Lásd a sorozatoknál és a rendszerező összefoglalásnál	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret 70 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	<i>Fizika; kémia, biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.	Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.	<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
Függvény határértéke.		<i>Informatika:</i> a határérték

<p>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.</p> <p>Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.</p> <p>A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.</p> <p>A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.</p>		<p>számítógépes becslése.</p> <p><i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\operatorname{tg} x$ közelítésére kis szög esetében</p>
<p>A függvények folytonossága.</p> <p>Példák folytonos és nem folytonos függvényekre.</p> <p>A folytonosság definíciói.</p> <p>Intervallumon folytonos függvények.</p> <p>Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.</p> <p>(Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>	<p>A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével.</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére.</p> <p>A függvénygörbe érintőjének iránytangense.</p> <p>A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p>		<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata.</p> <p>A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma.</p> <p>A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.</p>		<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>

<p>Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között Példák nem differenciálható függvényekre is.</p> <p>Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja.</p> <p>Műveletek differenciálható függvényekkel.</p> <p>Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja.</p> <p>Inverz függvény deriváltja.</p> <p>Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.)</p> <p>Magasabbrendű deriváltak.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p>Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja</p> <p>A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása</p>	
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. <p>A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p> <p>Középértéktételek.</p> <p>Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</p>	<p>Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása).</p> <p>Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással.</p> <p>A konvexitás definíciója.</p> <p>Inflexiós pont.</p> <p>A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>		

Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.		
Gyakorlati jellegű szélsőérték- feladatok megoldása..	. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése	<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.		
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.	A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig.	<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.		<i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény.	.	

<p>Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.</p> <p>Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között</p> <p>A primitív függvény fogalma.</p> <p>A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:</p> <ul style="list-style-type: none"> – hatványfüggvény, – polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, – logaritmusfüggvény. <p>A Newton-Leibniz-tétel.</p> <p>Integrálási módszerek:</p> <p>Integrálás helyettesítéssel.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>		
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.</p> <p>Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.</p> <p>Forgástest térfogatának meghatározása.</p> <p>Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata.</p> <p>Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.</p>		<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<p>Néhány egyszerűbb improprius integrál.</p> <p>Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.)</p> <p>Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában.</p> <p>Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?</p>		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat. Függvényfolytonosság, -határérték. Különbégi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték,</p>	

	abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 34 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása. A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)	A területszámítás módszereinek áttekintése. Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek) Kúpszerű testek (gúla és kúpok) Csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
Alakzatok felszíne, hálójá. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)		
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test		

<p>térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata.</p>		
<p>A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. <i>Matematikatörténet:</i> Arkhimédész, Cavalieri</p>	<p>A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.</p>
<p>Hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Középpontosan hasonló testek.</p>	<p>A hasonlósági transzformációk felelevenítése. Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Terület, felszín, térfogat.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>5. Valószínűség, statisztika</p>	<p>Órakeret 15 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.</p>	

<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet:</i> George Boole.</p>		
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. Klasszikus valószínűségi</p>	<p>A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése.</p>	<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>

<p>modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i></p>		
<p>Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.</p>	<p>Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.</p>	
<p>Adathalmazok jellemzői: középértékek (átlag, medián, módusz), szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás). Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal, osztályba sorolás manipulációs lehetőségek</p>	<p>A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.</p>	
<p>Statisztikai mintavétel, reprezentatív mintavétel.</p>	<p>Matematikai módszerek és eszközök megismerésének igénye.</p>	<p><i>Földrajz: statisztikai évkönyv. Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: választások.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Reprezentatív mintavétel. Szórás. kizáró esemény, független esemény, feltételes valószínűség</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Rendszerező összefoglalás</p>	<p>Órakeret 64 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>A középiskolai matematika anyaga.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások</p>	

	adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. A manipulált információ felfedése. <i>Informatika:</i> Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. (valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek,	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései:	

logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.)		
Számтан, algebra		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Számelméleti ismeretek, számrendszerek.	Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése	
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	matematikai modellek.

Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	
<i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. (Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak)	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Alkalmazása konkrét feladatokban.	
A tanult alapfüggvények ismerete. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. $a \cdot f(bx+c)+d$; Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	matematikai modellek.
Függvények segítségével megoldható gyakorlati, szöveges feladatok	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	
Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	Felismerés, alkalmazás.	
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál	
Egybevágóság, hasonlóság.	Szerepük felfedezése művészetekben,	

Szimmetriák.	játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása. Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	Felismerés, alkalmazás Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Kerületszámítás, területszámítás.		
A tanult térbeli alakzatok áttekintése. Felszín- és térfogatszámítás.	A tanult ismeretek rendszerezése.	
Valószínűség-számítás, statisztika		
Diagramok. Statisztikai mutatók: középértékek és szóródási mutatók	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hitelesség szempontjából; a szöveg hitelességével

		kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

A továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezőző felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.

- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a tételek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

3.3. A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végére

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmosos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

4. A középszintű érettségi témakörei

Az aktuális érettségi vizsgaszabályzat szerinti témakörök és tananyag elemek
Elérhető a tantárgy érettségi követelményeinek kijelölésénél a minisztérium honlapján

5. Az osztályozó vizsga követelményei

9-12. évfolyam: félévi: Az aktuális tankönyv fele oldalszámáig bezárt tananyagelemek a pedagógiai programnak megfelelően.

évvégi: A pedagógiai programnak megfelelően kijelölt éves tananyag.

Emelt csoport: emelt szintű követelményekhez és számonkérési módokhoz igazodva

11. félévi: Az aktuális tankönyv fele oldalszámáig bezárt tananyagelemek a pedagógiai programnak megfelelően+sorozat határértéke tananyagrészt

évvégi: A pedagógiai programnak megfelelően kijelölt éves tananyag.(sorozat+ függvény határértéke is)

12.félévi: Az aktuális tankönyv fele oldalszámáig bezárt tananyagelemek a pedagógiai programnak megfelelően+differenciálszámítás tananyagrészt

évvégi: A pedagógiai programnak megfelelően kijelölt éves tananyag.(differenciál és integrálszámítás is)